إهداء

نـهدي هذا العمل إلى أسرتينا جميعا

ثم إلى من علمنا النجاح والصبر

في مواجهة الصعاب لنصل إلى ما نحن فيه

إهداء إلى أساتذتنا

إلى زملائنا وزميلاتنا



إلى كل من ساندنا لك كل التجلي والاحترام

نـهدي هذا البحث راجياً من المولى

عز وجل أن يجد القبول والنجاح

نـتقدم بوافر الشكر وعظيم الامتنان لأستاذنا
المؤطر علال شاطر ولأستاذنا المكون موسى الشريف

اللذان ساهما في إخراج هذا البحث بالصورة المشرفة

ولكافة الأساتذة المكونين

و زملائنا وزميلاتنا بالمركز

إليكم جمعيا نـهدي كل عبارات الشكر والتقدير.

مقدمة

ارتأينا في هذا البحث أن نستأنس وإياكم بإحدى المفاهيم الرائعة التي نصادفها و نراها في كل مكان، إنه مفهوم العدد. وإن كان يبدواليوم بسيطا، وإن كانت المسألة العددية مجرد لعبة لطفل الإنسان المعاصر، فإنه من اللازم أن نمنح لأنفسنا الفرصة لنتساءل عن ماضي العدد وعن سيكولوجيته لنفهم بعمق الصعوبات التي مر بها الإنسان ليبني مثل هذه المفاهيم، حتى يتسنى لنا أن نكتسب الشغف للإبداع.

وسنتناول هذا الموضوع في خمسة محاور، سنخصص أولها لتأطير البحث ، ثم الأربعة الباقية للإجابة عن بعض التساؤلات أهمها: حول نشأة مفهوم العدد عبر الحضارات القديمة مع إبراز دور غريزة العد لدى الإنسان ودون إغفال لها لدى الكائنات الأخرى، ثم حول رأي نظرية النمو لبياجيه في ما يخص البناء السليم لمفهوم العدد.

سنتناول في المحور الأول إشكالية البحث ودوافعه وبعض الفرضيات التي سنحاول إما تأكيدها أو دحضها.

في المحور الثاني سنرى غريزة العد عند الحيوان، ثم غريزة العد عند الإنسان، في المحور الثالث.

وفي إطلالة على التاريخ سنتحدث في المحور الرابع عن تطور العدد عبر الحضارات.

و سنتناول نظرية جان بياجيه ونربطها بمفهوم العدد في المحور الأخير.

سوف لن نتطرق إلى مجموعات الأعداد في هذا البحث، فهي لوحدها تستلزم بحثا آخر ولكننا ندعو إلى التحري عن الأمر لأنها فعلا تحتوي العديد من الأسرار و الجرأة على الإبداع.

الفهرس

I. أهمية البحث 6
1 إشكالية البحث 6
2 دوافع البحث 7
3 أهداف البحث 7
4 فرضيات حول مصادر الخلل أثناء بناء المفهوم 8
II. غريزة العد 8
1 غريزة العد عند الحيوان 9
2 الغريزة العددية عند الإنسان 12
3 تطور طرق العد 14
3.1 النظام الخماسي 15
3.2 النظام العشري 15
3.3 النظام العشريني 16
3.4 النظام الثنائي 17
3.5 النظام الثماني 17
3.6 النظام السداسي عشر 18
4 نظريات وأقوال مأثورة 18
III. *تطور العدد عبر التاريخ* 21
1 الحضارة السومرية و البابلية 23
2 الحضارة المصرية 27
3 الحضارة اليونانية 31
4 الحضارة الرومانية 32
5 الحضارة الهندية 34

6 الحضارة العربية.....36
IV. نظرية جان بياجيه (1896-1980).....38
1 بياجيه ومفهوم العدد.....44
1.1 التصنيف.....44
1.2 الترتيب المتسلسل.....45
1.3 التناظر الأحادي.....45
1.4 التكافؤ.....46
2 نقد نظرية بياجيه في الاحتفاظ.....48
V. خاتمة.....49

I. أهمية البحث

1 إشكالية البحث

هناك أشياء وأمور تعودنا على التعامل معها في حياتنا اليومية، ولا يمكن أن نستغني عنها، ولم نمنح لأنفسنا فرصة لنتخيل يوما أن هذه الأشياء لم تكن موجودة أو معروفة ولم نجرب الاستغناء عنها لنعرف مدى أهميتها لنا، وهناك أمور بسيطة جدا في ظاهرها ولكنها غيرت وجه الأرض ونقلتنا من عوالم بدائية إلى عالم متطور نتحكم في كل شيء فيه بضغطة زر، ومن هذه الأشياء الأرقام التي تحيط بنا من كل جانب فمن الجريدة التي بين يديك الآن والكرسي والطاولة وهاتفك الجوال وحاسوبك وساعة يدك وغيرها الكثير، كلها صنيعة الأرقام، فمن دون الأرقام والحساب أو العد لا يمكن أن نصنع هذه الأشياء ولا أن نتعلم أو نتعالج، ولك أن تتخيل مستشفى من دون نظام مواعيد مثلا.

رغم بساطتها الآن وسهولة استخدامها إلا أن الإنسان استغرق قرونا لإيجاد الأرقام وتطوير العد من الجمع والطرح إلى أعقد العمليات الحسابية.

ومن هنا برزت إشكالية هذا البحث على النحو التالي: كيف تمت نشأة مفهوم العدد ؟ وما هي مراحل تطوره؟ وما هي الصعوبات التي تقف دون بناء سليم لمفهوم العدد ؟.

2 دوافع البحث

قال الله تعالى (**هو الذي جعل الشمس ضياء والقمر نورا وقدره منازل لتعلموا عدد السنين والحساب ما خلق الله ذلك إلا بالحق يفصل الآيات لقوم يعلمون**)

في هذه الآية وفي آيات كثيرة وجه الله تعالى نظر الإنسان إلى العد والحساب، كنشاط يحتاج إليه الفرد في إدراكه للوجود الكمي الذي يحيط به وفي اتخاذ قرارات تتعلق بأمور الحياة اليومية. فالعدد موجود في كل مكان، ونراه في كل مكان. فكيف لا نتساءل عن ماضي و حاضر العدد؟.

ثم مجموعة من الأسباب الموضوعية، كانت وراء تبنينا هذا البحث:

- التجربة الشخصية في الميدان .
- الصعوبات التي لاحظناها على السواء بالنسبة للمتعلم و المعلم في اكتساب و إكساب مفهوم العدد بالمستوى الأول ابتدائي.
- كون مجموعة من الدراسات و الأبحاث، في شأن مفهوم العدد، لازالت قائمة.

3 أهداف البحث

- تعريف الآباء و أولياء التلاميذ بأن تعثر أبنائهم في مكون الحساب ليس مرده إلى تخلف أو قصور في القدرات العقلية بل ناتج عن خلل في البناء.
- أن يكون هذا العمل دليلا لمن يعمل في تدريس الرياضيات.
- دعوة القائمين على بناء و تصميم مناهج الرياضيات إلى تبني طرق جديدة أثناء صياغة و كتابة مادة الرياضيات.

4. فرضيات حول مصادر الخلل أثناء بناء المفهوم

- اختيار غير مناسب للوضعيات الديداكتيكية.
- عدم تنويع الطرائق والوسائل واستحضار التاريخ.
- عدم القدرة على التواصل صعوبة القدرة على التجريد.
- ضعف دافعية المتعلم motivation.

II. غريزة العد

سنقدم في البداية تعريفا للعد ثم لبعض المفاهيم المرتبطة بهذا المفهوم. فأما العد[1] فهو إحصاء الشيء.

وأما العدد[2] فهو مقدار ما يعد ومبلغه، وجمعه أعداد.

ومنه العدائد[3] وهو المال المقتسم والميراث، وهي جمع عديدة أي الحصة.

وأما الرقم [4] فهو الكتابة والختم.

والترقيم[5]: هو تقييد الأرقام.

وأما الحساب: فقد عرفه عبد الرحمن ابن خلدون[6] قائلا:

هي صناعة عملية في حسبان الأعداد بالضم والتفريق. فالضم يكون في الأعداد بالإفراد وهو الجمع، وبالتضعيف ـ أي يضاعف عدد بآحاد عدد آخر ـ وهذا هو

[1] ابن منظور، لسان العرب ، دار المعارف ، 1119 كورنيش النيل القاهرة، المجلد الرابع، ج 32 ص 2832.
[2] ابن منظور، لسان العرب، دار المعارف ، 1119 كورنيش النيل القاهرة المجلد الرابع، ج 32 ص 2833.
[3] ابن منظور، لسان العرب، دار المعارف ، 1119 كورنيش النيل القاهرة المجلد الرابع، ج 32 ص 2833.
[4] ابن منظور، لسان العرب، دار المعارف ، 1119 كورنيش النيل القاهرة المجلد الثالث، ج19 ص 1710.
[5] ابن منظور، لسان العرب، دار المعارف ، 1119 كورنيش النيل القاهرة المجلد الثالث، ج 19 ص 1710.
[6] عبد الرحمن بن محمد ابن خلدون الحضرمي، كتاب المقدمة ،الجزء الثاني الفصل الواحد و العشرون: العلوم العددية ص 253 تاريخ النشر 2004م وحقق نصوصه وعلق عليها عبد الله محمد الدرويش.

الضرب. والتفريق يكون في الأعداد: بالإفراد، مثل إزالة عدد من عدد ومعرفة الباقي وهو الطرح. أو تفصيل عدد بأجزاء متساوية تكون عِدتّها محصِّلة وهو القسمة .

والحساب أساس جميع الفروع الرياضية، وهو أكثر العلوم نفعا وأكثرها انتشارا بين عامة الناس.

1 غريزة العد عند الحيوان

كان من الممكن بسهولة عدم الاعتراف بهذه الغريزة ، لو كان الإنسان المولود متعلما الأسماء كلها، أو أن ميكانيزم العقل لديه يختلف عما لدى الكائنات الأدنى، أو أنه لا رابط بين العقل البشري والعقل الحيواني. غير أن الوقائع تشير بشكل مذهل إلى أن الإنسان ليس الكائن الوحيد الذي يملك هذا الشكل من التراكم الثقافي والمعرفي. كما أن ميكانيزم عمل العقل له الأسس نفسها عند جميع الكائنات الحية.

لقد أودع الله عز وجل الحيوان غرائز شتى، من بينها غريزة العد، إلى درجة محدودة وعلى نحو مباشر دون تحليل. ففي كتاب

The Natural history of Selborne[7] ، يذكر مؤلفه عالم التاريخ الطبيعي غيلبرت وايت، أنه يأخذ سرا بيضة كل يوم من عش طائر الزقزاق، وأن الأم أصرت على أن تبيض كل يوم بيضة إضافية ليعود عدد البيض إلى ما كان عليه. وثمة قصة تحكي أن أحد الأشراف أراد أن يصطاد غرابا، بنى عشه في برج ساعة القصر. وكلما اقترب الرجل من البرج ليفاجئ الغراب، ترك هذا الأخير

[7] Gilbert White .The Natural History of Selborne (1986).

عشه لينتظر مغادرة الرجل إلى مكان بعيد. وذات يوم أدخل الرجل رجلين إلى البرج وبعدها مكث أحدهما في الداخل ليصطاد الغراب وخرج الآخر. ولكن الغراب لم يخدع بهذه الحيلة فظل بعيدا إلى أن خرج الرجل الآخر. وتكررت هذه التجربة في الأيام التالية، باستخدام رجلين ، ثم ثلاثة ثم أربعة، وأخيرا أرسل الرجل خمسة رجال، دخل جميعهم البرج وبقي أحدهم فيه بينما خرج الأربعة الآخرون. وهنا فقد الطائر إحساسه بالعد، ولم يستطع أن يميز بين أربعة وخمسة، فعاد مباشرة إلى العش فتم اصطياده.

وإذا راقبنا سلوك حشرة الزنبور[8]، وجدنا الأم تضع بيضها في خلايا، كل بيضة في خلية مستقلة، وتعمد إلى تزويد كل خلية بعدد من اليرقات الحية لكي يتغذى عليها الصغير حين تفقس البيضة. ومن العجيب أن نلاحظ تساوي عدد اليرقات في كل خلية، فبعض أنواع الزنابير تضع في كل خلية خمس يرقات، وبعضها يضع اثنتي عشرة يرقة في كل خلية، وبعضها الآخر يضع أربع وعشرين يرقة، في كل خلية.

وثمة حشرة أخرى، تعرف باسم جنوس إيومينوس Genus Eu menus[9]، ويكون الذكر بالنسبة لهذا النوع أصغر حجما بكثير من الأنثى. وبطريقة ما، تعرف الأم ما إذا كانت البيضة سيخرج منها ذكر أو ستخرج منها أنثى، فتنظم كمية الغذاء تبعا لذلك، فإذا كانت البيضة ستفقس ويخرج منها ذكر، فإنها تعد لها خمس يرقات، وإذا كانت ستفقس وتخرج منها أنثى، فتعد لها عشرا.

[8] http://ar.wikipedia.org/wiki/%D8%AD%D8%B4%D8%B1%D8%A9#.D8.A7.D9.84.D8.AF.D8.A8.D8.A7.D8.A8.D9.8A.D8.B1.D8.8C_.D8.A7.D9.84.D8.B2.D9.86.D8.A7.D8.A8.D9.8A.D8.B1.D8.8C_.D8.A7.D9.84.D9.86.D8.AD.D9.84.D8.8C_.D9.88.D8.A7.D9.84.D9.86.D9.85.D9.84. 2014-07-01
Möller ،R. A Biorobotics Approach to the Study of Insect Visual Homing Strategies (2002) (باللغة German). صفحة 11.

[9] GEORGES IFRAH .Histoire universelle des chiffres , Tome 1 page 23.

بيد أن هناك قيودا تحد من هذا الإدراك. فلا يمكن للحيوانات أن تتجاوب مع موقف عددي إلا عندما يكون متصلا بنوعها وبضرورة بقائها. فليس بمقدورها الانتقال إلى مواقف أخرى، أي من حقيقة ملموسة إلى مفهوم مجرد للعدد. فالحيوانات يمكنها أن تعد فقط عندما تكون الأشياء موجودة ومرئية، وعندما يكون العدد صغيرا (خمسة أو ستة).

ولو أنك دربت حيوانا على العد باستعمال نوع واحد من الأشياء، ثم اختبرته باستعمال نوع آخر من الأشياء، فإنه يغدو عاجزا تماما عن إجراء صلة بينهما: فالأشياء، وليس الأعداد، هي التي تهمه. وقد تصادف بعضا من مربي الحيوانات الأليفة [10] الذين يدعون بأن قططهم وخيولهم وكلابهم تفهم الكلمات مثلما يفهمها الناس تماما. ولكن التجارب حذرتنا من مثل هذه السذاجة المفرطة. ونذكر على سبيل المثال " هانز الذكي " الحصان الذي تم تدريبه ليثبت تفوق الخيل على البشر، في القدرة على التفكير والعد عبر إجراء عمليات جمع وإعطاء المجموع بضربات حافره. لكن الاختبارات التي أجرتها هيئة التعليم الألمانية [11] أثبتت أن الحصان لم يقم سوى بالاستجابة لبعض الإشارات البصرية التي يرسلها له مدربه، كي يبدأ بالضرب بحافره أو يتوقف عن ذلك، ولم يكن يفكر مليا في كل تلك العمليات. وباستثناء الإنسان، فإن النحل [12] يعتبر أكثر المخلوقات تمييزا للعدد (تقدير المسافات). فالنحلة الشغالة تخرج للبحث عن الغذاء، فإذا وجَدته تعود إلى بقيَّة النحلات في الخلية، وهي تهتزُّ - لا إراديًّا - بعدَّة رقصات أمام هذه النحلات التي تستطيع فَهْمَ معنى كلِّ رقصة عند رؤيتها تؤدَّى أمامها، وهناك

[10] نذكر على سبيل المثال عالم رياضيات الماني يدعى وليم فون أوستن مهتم في مسألة دراسة الذكاء و القدرات العقلية و خصوصا لدى الحيوانات.

[11] ضمت اثنان من علماء الحيوان وعالم نفس ومربي احصنة وعدد من أساتذة المدارس بالإضافة إلى مدير سيرك (1904).
http://www.kabbos.com/index.php?darck=18 2014-07-01 بقلم : إياد العطار.

[12] البروفيسور كارل فون فريش، كتاب النحل والنحالة ، ترجمة وتحقيق حسين عمران، الطبعة 1 مجلد 1 (2001).

نوعان من الرقص تؤدِّيهما النحلة الشغَّالة، هما: الدائري، والاهتزازي، والنوع الأول يؤدَّى عندما تكون المسافة بين الخلية ومصدر الغذاء لا يتعدَّى خمسين مترًا، وتُشارك بقيَّة النحلات الشغَّالة الرَّقص لا إراديًّا أيضًا.

أمَّا إذا زادَت المسافة عن ذلك، فتتغيَّر الرقصة إلى أخرى اهتزازيَّة، تَطير فيها الشغَّالة في خط مستقيمٍ لمسافة قصيرة، ثم في حركة نصف دائريَّة، يتحرَّك معها الجزء السفلي للجسم، فتدور نصف دائرة إلى اليسار، ومثلها إلى اليمين، مع هزِّ بَطنها في كلتا الحركتين، وهذه الرقصات تُنبئ عن بُعد الخلية عن مصدر الرحيق، فإذا تكرَّرت الرقصة عشر مرات كلَّ 15 ثانية، كانت المسافة بينها 90 مترًا، وإن بعدت المسافة إلى 900 متر، تكرَّرت الرقصة خمس مرات كلَّ 15 ثانية، وهكذا نرى أنه كلما بعدت المسافة، بَطُؤ الرقص، وقلَّ الحماس.

2 الغريزة العددية عند الإنسان

غالبا ما يلجأ الإنسان بطريقة لا شعورية إلى إحساسه العددي المباشر حينما يقوم بعملية ما، ويظهر هذا الإحساس مثلا عندما يلاحظ الإنسان اختفاء أو نقص شيء مميز، فإذا دخل إلى حجرة بها أناس قد رآهم منذ قليل، عرف بأن عددهم قد نقص، لأن أحد الوجوه المألوفة غير موجود. وإذا دخل الإنسان صالة سينما ونظر إلى مجموعتي المقاعد فيها، أمكنه التأكد من أن المجموعتين غير متساويتين، وأيهما أكبر من الأخرى.

هذه الحاسة العددية تسمى في علم الرياضيات " الشيء ونظيره " أو " واحد لواحد "، وهي ترتكز على مبدأ التمايز والمقابلة الذي لعب دورا مهما في ظهور فكرة العدد وصياغته، حيث تعود الرعاة قديما تجميع كمية من الحصى لدى

خروج القطيع إلى المرعى - فهم طبعا لا يعرفون العد - فكلما خرج فرد من القطيع وضعوا حصاة بدلا منه، في مكان معين. وحينما يعود القطيع في المساء، تتم عملية المقابلة، واحد لواحد أي حصاة مقابل فرد من القطيع، وبهذه الطريقة يتم التأكد من عودة القطيع دون نقص في عدد أفراده.

وكانت هذه الحاسة هي النواة الأساسية التي انبثق منها مفهوم العدد.

وقد مر زمان لم يكن الرجال فيه يعرفون كيف يحسبون، وكل ما كانوا يعرفونه هو تقدير الكمية بقليل أو كثير. وغاية الأعداد التي يعرفونها هي واحد واثنان ثم كثير. ويمكننا الافتراض بأن مفهوم العدد في أذهانهم لم يتصور إلا كحقيقة لا تتجزأ من الواقع، ولا يمكنهم فصله عن طبيعة الكائنات معتمدين على نوع من الإدراك المباشر لتعددية المواد. كان من المحتمل إذن أن يجد أجدادنا أنفسهم غير قادرين عقليا على تصور الأرقام و لو لأنفسهم، وهذا يعني من حيث التجريد، إغفالهم لحقيقة أن مجموعات مثل الليل والنهار، زوجين من الأرانب، أجنحة الطيور أو العينين والأذنين، ذراعي وساقي إنسان، تمثل وتجسد طابعا مشتركا، والذي هو على وجه التحديد "أن تكون اثنين".

قد يبدو من الصعب قبول هذه الحقيقة، إذ أن العلم الرياضي شهد تقدما نسبيا سريعا مذهلا في الآونة الأخيرة، حتى أصبحت المسألة العددية البسيطة مجرد لعبة لطفل الإنسان المعاصر. ولعل الدراسات المنجزة على سلوك الطفل، و التحليلات الاثنوغرافية الخاصة بالقبائل البدائية المعاصرة، تعزز هذا النهج. فمثلا في أستراليا، لا يوجد بين أهالي قبائل الأستراليين البدائيين من يستطيع التمييز بين أربعة أشياء، إلا القليل منهم، بينما لا أحد يستطيع أن يدرك سبعة. كما أن قبائل الأقزام في جنوب إفريقيا، ليس لديها كلمات تدل على الأعداد، بعد واحد

واثنين، وإنما يطلقون لفظ " كثير " على كل عدد يزيد عن اثنين. ولو سألت أيضا أحد أفراد قبائل الهوتونتوت، في إفريقيا، كما ذكر الرحالة الذين تجولوا في القارة الإفريقية، كم له من الأولاد، وكان العدد يزيد عن ثلاثة، لأجاب وقال " كثير ".

ولا شك في أن غريزة العد عند الإنسان، جعلته يمضي ويخوض التجارب المتواصلة، ليفهم ظواهر الطبيعة التي تحيط به من كل جانب، وليقارن بين كميات معينة فيحصي عددها أو يدرك مقدارها. وهذا في الواقع هو بداية التفكير في العد.

3 تطور طرق العد

رغم أن الإنسان الأول اهتم بالكمية وبفهمها، إلا أن فكرته عن الكميات لم تكن واضحة تمام الوضوح. فكان ينظر إلى الأشياء التي يراها باعتبارها وحدة واحدة، فإذا نظر إلى قطيع حيوان ما، نظر إليه كوحدة واحدة وليس كأفراد.

ولعل أول طريقة استخدمها للدلالة على الكمية كانت الإشارة بالأيدي، فكان يفتح الذراعين بقدر معلوم للدلالة على تلك الكمية كوحدة، فهي بالنسبة إليه إما كثيرة جدا، أو كثيرة، أو قليلة جدا، أو قليلة. وهذا يشبه إلى حد ما سلوك الأطفال الصغار عندما يعبرون عن كمية ما، قبل أن تكون لديهم فكرة عن معنى الأعداد ولا عن كتابتها ورموزها. ثم أتت بعد ذلك مرحلة استعمل فيها الأشياء للتعبير عن العدد، و تسمى مرحلة المطابقة بين الشيء و نظيره أو " واحد لواحد " كما تطرقنا إليها سابقا. كما أن هذه الطريقة أعطت فكرة التساوي في حال المطابقة، وفكرة "أكثر" أو "أقل" عندما لا تتم المطابقة. غير أنها لازالت قاصرة عن أن تدل الإنسان البدائي على عدد ما عنده أو تعطيه اسما أو عددا يسجله بسهولة، بدلا من أن يحمل الحصى أو يحفر على شيء آخر.

كانت هذه بداية استعمال الأصابع في العد، فهي قريبة منه وسهلة الاستعمال، يقابل بينها وبين الأشياء المختلفة، أصبعا أصبعا، وهكذا نشأ العدد : فحيثما وجد الأسلوب العددي، وجد العد على الأصابع مصاحبا له أو سابقا له. والواقع أنه وجد في الأصابع وسيلة سهلة تمكنه من التنقل إلى العدد الترتيبي. وقد ظهر استخدام الأصابع قبل أن توجد فكرة الأرقام، أي أن اليد كانت العدّاد الطّبيعي أو الآلة الحاسبة التي لا يزال الكثيرون يستعملونها إلى يومنا هذا. وقد استخدمت قبائل المايا في أمريكا كلمة يد للدلالة على خمسة، و كلمة رجل لتدلّ على عشرة، أو كلتا اليدين للدلالة على عشرة، وربما مجموع أصابع اليدين والرجلين لتدلّ على عشرين. وهكذا كانت نواة ظهور الأنظمة العددية: الخماسي، العشري والعشريني.

3.1 النظام الخماسي

نشأ هذا النظام حين كان الإنسان لا يعدّ إلا على أصابع يد واحدة. ومردُّ ذلك إلى أن الإنسان البدائي، نادراً ما كان يتجول هنا وهناك؛ يمارس حياته، دون أن يمسك بإحدى يديه، وهي اليمنى في الغالب، عصاً أو سلاحاً ما؛ فإذا أراد أن يعدّ، عدَّ على يده اليسرى. وإذا قورنت كلمة "خمسة" في اللغات السنسكريتية، والفارسية، والروسية، وجدناها تدل على معنى اليد.

3.2 النظام العشري

تمّ استيحاءه من أصابع الإنسان العشرة ، وهو يُمثَّل من خلال مجموعات، يتكون كل منها من عشرة، فكان من يقوم بالعد من الشعوب القديمة ، يجعل كل عشرة أعواد في حُزمة، وبهذا يكون عدد الأعواد عشرة أمثال عدد الحزم. فإذا زاد عدد الحزم كثيراً، فربما يخطر له أن يعتبر كل حزمة كأنها عود واحد؛ فيجعل حزماً

جديدة، كل منها قوى العشرة. وقد تتكرر هذه العملية بأعداد هائلة، مما أدى إلى إدراك المئات، والآلاف، وعشرات الآلاف، وهكذا .

3.3 النظام العشريني

هو ضعف النظام العشري، ويقوم على اعتبار أصابع الإنسان (في اليدين والقدمين) وحدة واحدة، قوامها 20، ولا نزال نجد آثاراً من النظام العشريني، في الكثير من اللغات، ففي الإنجليزية كلمة Score وتعبر على الوحدة التي تساوي عشرين. وفي الفرنسية يعبّرون عن الثمانين بقولهم Quatre - Vingt "أربع عشرينات" وعن 95 بقولهم أربع عشرينات وخمسة عشر.

وهكذا، يرجع الفضل إلى أصابع الإنسان في نجاحه في العد، ودون هذه الأداة، ما كان الأسلوب العددي عند الإنسان ليتقدم إلى أبعد من الإحساس العددي الفطري.

عجائب العد على الأصابع

عن طريق الأصابع، ظهرت قواعد جمع الأعداد، وضربها. وإلى يومنا هذا، يستخدم الفلاح في وسط فرنسا طريقة غريبة في ضرب الأعداد التي تزيد على 5؛ فإذا أراد أن يضرب 9 × 8 مثلاً، فإنه يثني 4 أصابع من يده اليسرى (فيكون معنى ذلك 9 لأنه يقصد زيادة الأربعة المثنية على أصابع اليسرى الخمسة)، ويثني 3 أصابع من يده اليمنى (معناها 8 بالطريقة نفسها)، ويكون عدد الأصابع المثنية كلها دالاً على رقم العشرات 7، بينما حاصل ضرب الأصابع غير المثنية دالاً على رقم الآحاد 2. أي أن الناتج 72.

و توجد أنظمة عددية أخرى، غير الخماسي، والعشري، والعشريني، مثل:

3.4 النظام الثنائي

استخدم الحاسب الآلي النظام الثنائي للأعداد بديلاً عن النظام العشري، وذلك لأن الدوائر الإلكترونية تستطيع التعامل مع هذا النظام بطريقة مباشرة وبسيطة.

ويتكون النظام الثنائي للأعداد من:

أولاً: الرقمان صفر، 1

ثانياً: أساس قاعدة النظام، وهو (2)

ثالثاً: أوزان خانات النظام، وهي 02، 12، 22، ...

وقد انبثق عن النظام الثنائي للأعداد كل من النظام الثماني للأعداد، والنظام السداسي عشر للأعداد.

3.5 النظام الثماني

يتم تجميع كل ثلاثة أعداد ثنائية متتالية في عدد من أعداد النظام الثماني، ويتكون النظام الثماني من:

أولاً: الأرقام صفر، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7

ثانياً: أساس قاعدة النظام، وهو (8)

ثالثاً: أوزان خانات النظام، وهي 08، 18، 28، ...

3.6 النظام السداسي عشر

يتم تجميع كل 4 أعداد ثنائية متتالية في عدد من النظام السداسي عشر. ويتكون النظام السداسي عشر من:

أولاً: الأرقام صفر، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، 10، 11، 12، 13، 14، 15

ثانياً: أساس قاعدة النظام، وهو (16)

ثالثاً: أوزان خانات النظام، وهي 016، 116، 216، 316 ...

وعندما يتم اللجوء إلى النظام الثماني أو النظام السداسي عشر كوسيلة مختصرة لتمثيل النظام الثنائي للأرقام. فنفس الرقم (16) تم تمثيله برقمين فقط في النظام الثماني، مقابل 6 أرقام في النظام الثنائي .

4 نظريات وأقوال مأثورة

يؤكد علم العدد أن الصدفة لا وجود لها في الحياة، وما من شيء يخرج عن نظام الطبيعة في هذا الكون. من هنا اعتبر علم العدد فلسفة قائمة بذاتها و حقيقة واقعية وركيزة أساسية في بنيان الإنسان والكون.

قال الله تعالى (**هو الذي جعل الشمس ضياء والقمر نورا وقدره منازل لتعلموا عدد السنين والحساب ما خلق الله ذلك إلا بالحق يفصل الآيات لقوم يعلمون**)[13].

[13] سورة يونس الآية 5

في هذه الآية وفي آيات كثيرة وجه الله تعالى نظر الإنسان إلى العد والحساب، كنشاط تجريدي يعالج رموزا عددية يحتاج إليها الفرد في إدراكه للوجود الكمي الذي يحيط به وفي اتخاذ قرارات تتعلق بأمور الحياة اليومية.

ومن بين الأقوال المأثورة حول العدد نجد نظرية فيتاغورس[14] حيث قال إن في معرفة العدد وكيفية نشوئه من الواحد الذي قبل الاثنين، معرفة وحدانية الله، عز وجل، وفي معرفة خواص الأعداد، وكيفية ترتيبها ونظامها، معرفة موجودات الباري تعالى، وعلم مخترعاته وكيفية نظامها وترتيبها، وإن علم العدد مغروس في النفس يحتاج إلى أدنى تأمل.

ولم تكن الفيثاغورية مدرسة فلسفة وحسب، بل كانت أيضا مدرسة دينية أخلاقية. وتعتقد أن كل شيء هو العدد من خلال الصيغتين المختلفتين التاليتين: الأولى هي أن كل الأشياء أعداد، بمعنى أن الأشياء نفسها في جوهرها أعداد، أو بعبارة أخرى أن الأعداد هي التي تكون جوهر الأشياء؛ والثانية هي التي تذكر أن الأشياء تحاكي الأعداد، ومعنى ذلك أن الأشياء صيغت على نموذج أعلى هو العدد.

ونظرا لعنايتهم بالموسيقى فقد لاحظ الفيتاغوريون أن النغمات الموسيقية تختلف الواحدة منها عن الأخرى تبعا للعدد، مما يؤكد من جديد نظريتهم حول الانسجام الذي يتميز به الكون .

أما أفلاطون [15] (427 قبل الميلاد) فيقول إن الأعداد تكون جوهر الأشياء بوصفها صورة ، ليختلف بذلك عن فيتاغورس الذي يعتبر وجود العدد وجودا

[14] نيقوماخوس الجراسيني (تلميذ فيتاغورس). كتاب الأرثماطيقي في علم العدد (وقد ترجمه ثابت بن قرة بعنوان: المدخل إلى علم العدد، المطبعة الكاثوليكية (1959) .

[15] http://www.startimes.com/ 2014-07-01 أفلاطون وتاريخ الرياضيات، أرشيف: التاريخ العالمي والإسلامي.

محسوسا، بينما تحتل الأعداد بالنسبة لأفلاطون، مكانة بين الوجود الحسي و الوجود العقلي، حيث فرق بين نوعين من الأعداد : أعداد رياضية بوصفها وحدات مقابلة للأ شياء الحسية، وأعداد مثالية (الأعداد كصور) بحسبانها مبادئ للأشياء.

وقد فرق أرسطو فيما بعد بين التصورين السابقين فقال إن الفيثاغوريين لا يجعلون الأعداد مفارقة للأشياء التي هي نموذج لها - كما فعل أفلاطون حينما جعل الصّور أو المثل مفارقة للأشياء التي تشاركها في الوجود - وإنما هم يجعلون الأعداد متّصلة وغير منفصلة عن الأشياء. وهذا يبين لنا الطريق الصحيح الذي علينا أن نسلكه من أجل بيان ماهيّة الأعداد من حيث صلتها بالأشياء.

ونقل عن أرسطو قوله للإسكندر الكبير وقد سأله أن يوصيه : " لا صديق أشرف من حكيم ولا علم أشرف من الحكمة وأشرف فنونها كما علمت أيها الملك هو علم أسرار الحروف والأعداد". ولم يبخل المفكرون كذلك في وصفهم للعدد حيث قال ليبنتز[16] إن علم العدد يحتوي على أسرار كبيرة وكثيرة. وقال بالزاك[17] : كل شيء لا يوجد إلا بالحركة والعدد .

[16] غوت فريد ڤيلهلم ليبنتز الفيلسوف والرياضي والفيزيائي والمؤرّخ (Leipzig) ألمانيا سنة 1646-1716،

[17] أونوريه دي بلزاك، أديب وروائي فرنسي، (1799 - 1850)

III. تطور العدد عبر التاريخ [18]

لو كان بمقدورنا تذكر الأشهر التسعة التي كنا فيها في أرحام أمهاتننا لوجدنا من الإثارة ما يتجاوز كثيراً أي شيئ حدث لنا بعد ذلك. وثمت شيئ من هذا القبيل صحيح في تاريخنا فلو عرفنا التاريخ غير المكتوب لماضينا وخاصة حقبة ما قبل التاريخ لوجدنا سحره يطغى على تاريخ الملوك و الحروب والإنتصارات و الهزائم ، ويضفي على هذه الأمور حجما أصغر مما عليه في الواقع.

شهدت السنوات المئتان الأخيرة انفجارا في الإكتشافات المتعلقة بحقبة يمكن أن يطلق عليها "الحقبة الجنينية" للتاريخ الإنساني .

وبحل رموز اللغات القديمة (مثل الهيروغليفية المصرية و المسمارية السومارية....) فإننا لم نصبح قادرين على فهم الحياة العامة للشعوب فحسب، بل غدا بمقدورنا أيضا الإحاطة بطرائق تفكيرهم، وأصبح بإمكان القارء في الغرب فهم التفكير الهندوسي و المصري و البابلي...

بيد أننا إن عزمنا العودة للماضي فإننا سنجد أنفسنا حتما في ظلام دامس، فالروابط الغامضة للتاريخ غير المدون، مازالت خافية علينا وليس لدينا مرشد يساعدنا في اجتياز متاهات الثقافات التي كانت تجهل الكتابة. ومع أن علم الآثار قد خطى خطوات لا يستهان بها في سبر أغوار الحياة المادية للشعوب في مرحلة ما قبل التاريخ، إلا أنه في غياب سجل مكتوب فليس هنالك في الواقع ما يمكّن من الإحاطة بحياتهم الداخلية و طرق تفكيرهم.

[18] جون ماكليش، ترجمة د. خضر الأحمد و د. موفق دعبول و مراجعة د. عطية عاشور، مجلة عالم المعرفة العدد رقم 251 : العدد من الحضارات القديمة حتى عصر الكومبيوتر.

وبوجه خاص ثمة فجوات واسعة في معارفنا حول أصول العدد وحول طرق انتقال حل المسائل من مجتمع لآخر. وكما هي العادة دوما، فحين تواجهنا مشكلة دون توفر دليل، فغالبا ما تحضى بتفسيرات غير مدروسة تماما.

منذ قرابة 6000 سنة عرف التطور البشري ظاهرة لم تكن معروفة من ذي قبل تمثلت في حضارة المدن و تطور المراكز السكانية. هذا التطور نتج عنه مخزونات الثروة الضخمة و المنتجات الزراعية الهائلة و برز دور الدولة القوي، و كذى التجارة و الملاحة وقياس الزمان و تخطيط الحروب، ما يفسر متطلبات العلماء و التقنيين، إذ تعدو المهارات الرياضية المتطورة في الجبر و الحساب المعقد و الهندسة أمورا ضرورية. و في هذه الظروف تشغل الأعداد و استخداماتها اهتمامات مركزية. و في الوقت نفسه سمح اختراع الكتابة للأنظمة المعقدة بأن تتطور و أن تسجل النتائج بأشكال ما تزال موجودة إما منقوشة على ألواح الطين أو محفورة على جدران المغارات و الكهوف.

خلال المراحل الأولى للتاريخ، كان يجري التعبيربالكلام على الأعداد قبل الشروع في كتابتها. وحتى الأعداد المكتوبة فإنها مرت بمرحلتين مختلفتين من مراحل التطور. ومن الناحية التاريخية فإن كل مجموعة متقدمة من الأعداد المكتوبة مثل الأعداد البابلية أو المصرية...سبقها أو عاصرها مجموعة أكثر بدائية كان يستعملها الناس العاديون للمقايضة أو لأغراض أخرى. و يبتدأ التمثيل الرمزي للأعداد بأسلوب غير مكتوب، باستعمال أساليب مثل الإشارات الجسدية أو الإشارة للأشياء التي يراد تعدادها. أو بإحداث خدوش بالأصابع أو بعلامات على الأرض أو في الرمل، أو بصفوف من الحصيات، أو بأكوام من الأصداف. وفي الحالات النادرة التي كان يضع فيها الناس العاديون سجلات دائمة للعدد فإن أعدادهم كانت عادة تسير على النمط التجميعي نفسه فكلما كان يجري إضافة

حصاة إلى كوم من أكوام الحصيات مقابل كل إضافة جديدة للعدد كان يجري إضافة خدش أو نقطة إلى الحساب المكتوب. و بالتالي فمهما بدا الحساب صوريا مجردا، فقد نشأ في الحقيقة عن قواعد تجريبية، ولم تصبح الأمور نظرية مستقلة عن التجربة وتدين لوجودها للعقل البشري لا للعلم المادي إلى أن أصبحت الرياضيات علما صوريا منطقيا، أي بعد مراحل طويلة من التطور حيث خرجت فكرة العد من ملاحظة الأشياء المحسوسة إلى مستوى المجرد.

1 الحضارة السومرية و البابلية

لم يعرف أن عددا من الحضارات المتطورة جدا كانت موجودة في الشرق الأوسط قبل 4000 سنة من العصر المسيحي إلا بحلول النصف الأول من القرن 19 عقب أعمال التنقيب عن الآثار. فعلى بعد 150 ميلا من شمال غرب الخليج، جرى في رمال الصحراء كشف عدة مدن من ضمنها أكاد[19] و أور[20]. و قد أثر الأدب و القانون السومريين على عدة شعوب في الأرض المقدسة. وقد تبنى الآشوريون و الهيثيون والبابليون النظام السومري في الكتابة وكثيرا من سماتهم الثقافية. وما نعرفه عن البابليين أكثر قليلا مما هو معروف عن السومريين، فقد حكم البابليون قبل 4000 سنة بعد أن هزموا السومريين وعززوا وجودهم في امبراطوريتهم وكانت المنطقة التي حكموها واسعة وهي التي تعرف الآن بسوريا والعراق و الأردن .وقد استمرت إمبراطور يتهم حتى القرن السابع قبل الميلاد قبل أن يجتاحها الآشوريون .

[19] أكاد :وتسمى كذلك أكادي أو أغاد هي مدينة قديمة كانت عاصمة لإمبراطورية الأكدية , وموقعها غير محدد حتى الآن ولكن يرجح بأنها كانت تقع على الضفة الشرقية لنهر دجلة

[20] أور : هو موقع أثري لمدينة كلدانية بتل المقير جنوب العراق .وكانت عاصمة للسومريين عام 2100 ق.م وكانت تقع على مصب نهر الفرات

نجم عن نشوء المدن تغيير جذري في ثقافة الشعوب، وقد أدى هذا الانتقال إلى الزراعة ثم إلى تراكم فائض الإنتاج. وهذا يختلف جدا عن حياة الشعوب التي كانت تعيش حياة البداوة و التي تستهلك كل ما لديها ولا تبقي منه وشيئا، و أدى الفائض إلى تكون الثروة، وقد نشئت طبقات جماعية جديدة هي ملاك الأرض الذين يؤجرون أراضيهم إلى آخرين و يقسمون معهم الغلال، ثم طبقة التجار والمهنيين من صناع الجلود و الفخار و طرق المعادن. وبغية تلبية حاجات شعوبهم المتنامية اخترع السومريون الكتابة باستعمال الرموز لتسجيل كل من الكلمات و الأعداد وكانوا يكتبون على الطين ثم يترك ليجف .

وفكرة العد عندهم كانت ترتكز على العد الموضعي واقتصروأ في نظامهم الستيني على استعمال رمزين فقط هما:

▼	واحد
≺	عشرة

و كانوأ ينتقلون من منزلة إلى أخرى كلما اجتمعت لديهم ستون وحدة، ولم يكن البابليون يعرفون الصفر وقد تسبب ذلك في خلق مشاكل كثيرة لكتابة بعض الأعداد.

وهذا يعني أنه كان لزاما الإحاطة بفكرة العدد و تقرير حجمه، ومن السهل رؤية هذه الصعوبة إذا تصورنا نفس العيب في نظامنا الحديث أي إذا أعطينا عددا لا نعرف ما إذا كان كسرا أو عددا صحيحا، و أين يجب أن يكون موضع النقطة التي تفصل قسمه الصحيح عن قسمه العشري. فمثلا إذا أخذنا قائمة الأشياء التي يجب شراؤها لشخص آخر فقد نقرأ:

"عصير:1" فإذا افترضنا أن نظامنا لا يحتوي على الصفر فإننا نجابه بالمشكلة التالية: هل هذا يعني علبة واحدة أو عشر علب أو مائة علبة؟ هل يعني عُشُر علبة أو واحد في المائة من العلبة؟

يمكننا الحد من المشكلة بقليل من الحصافة (بحذف الكسور كبداية) فإذا كنا نعلم بأن العصير هو لطعام الغداء فيمكننا أن نحزر أن علبة واحدة هي المقصودة. أما إذا كانت لحفلة فقد لا تكفي عشر علب لكن مائة قد تكوم كثيرة جدا وهكذا فإن الارتياب ينخفض لدى معرفة شيء يتعلق بالعدد لكن النظام يبقى غير مرض حتى في مثل هذه المهمات البسيطة. مثل شراء عدد من علب العصير. بل إنه غير مجدٍ في حال الحسابات الأكثر تعقيداً.

يمثل هذا الغموض النقيصة المهمة الوحيدة في النظام السومري. وفيما عدا ذلك فإنه يتفوق على كل النظم الأخرى التي استعملت منذ ذلك الحين على الأقل حتى ابتكار النظام المتري قبل نحو مائتي عام. وكان ثمة أسباب أربعة لهذا التفوق:

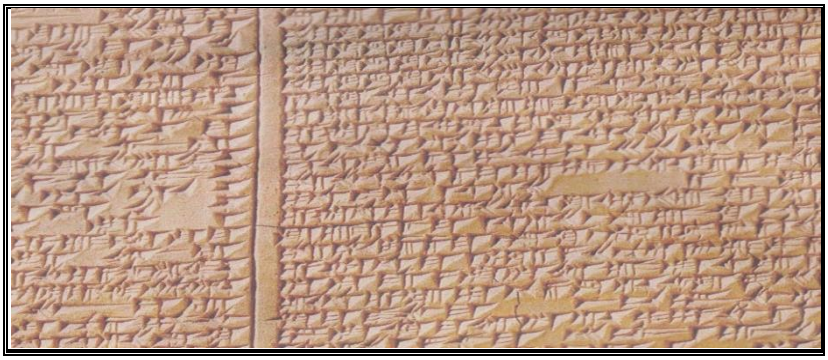
1. مفهوم القيمة المكانية.
2. توسيع الأساس العددي 60 ليضم الكسور.
3. حقيقة انه كان هناك رمزان عدديان للواحد وللعشرة فقط.
4. حقيقة أن الأساس 60 كان يستعمل أيضا للأوزان والمقاييس.

أمثلة:

العدد	1	6	23	45	13509
كتابته في النظام البابلي					

حين اجتاح البابليون الإمبراطورية السومرية في القرن العشرين قبل الميلاد استولواْ على كامل التراث السومري، المخطوطات والأدب والمعارف الفلكية والقوانين وعلم الحساب، كل هذه حصلواْ عليه باللغة السومرية التي كانت متميزة وليس لها أي علاقة باللغات الأخرى في المنطقة. بعد أن كيفوها وفقا لاعتباراتهم الخاصة وتبنيهم للكتابة و الأعداد السومرية أهلهم للولوج في كل من العلوم والرياضيات ويبدو أن التجديد الوحيد الذي أحدثوه كان نظام الأوزان والمقاييس الذي ظل ساريا في الشرق الأوسط طوال عشرين قرنا، وكانت وحدته الأساسية هي "الشاقل" (10 جرامات تقريبا) والوحدتان الأكبر كانتا "مينا " mina و "تالنت" talent وكانت هذه الوحدات تستعمل أيضا في العملات.

وهناك مئات الآلاف من الألواح الطينية مازالت باقية حتى الآن ،علما أن قسما كبيرا منها تفتت و لم يكن بالإمكان حل رموزه. و تحوي هذه الألواح معلومات حول النشاطات التجارية و مخزونات البضائع وسجلات الحسابات حركات البيع





أرقام بابلية

2 الحضارة المصرية

أول خطوة في اتجاه الأعداد المكتوبة بدأت باستعمال علامات الثلم tally marks ربما في المجتمعات الرعوية، وذلك من أجل تدوين أعداد كبيرة نسبيا من الحيوانات، ومن المحتمل أن يكون الكهنة والنساخ في مصر القديمة قد اتخذوا قبل 4 أو 5 آلاف سنة من الآن خطوة أخرى بابتكارهم لنظام الأرقام التي تتغير تبعا لحجم العدد، وللتعبير عن مجموع كانت تعطى الأرقام كل على حدة و العدد الذي يدل عليه كل رقم في المجموع العام. باستعمال هذه الإشارات العددية تمكن المصريون من الجمع و الطرح و الضرب و القسمة، بيد أنه لم يكن لديهم رموزا خاصة لهذه العمليات. وبدلا من ذلك فقد كانوا يستعملون ما يطلق عليه الآن

بالجبر البلاغي إذ كانوا يوردون بجانب كل رقم بضع كلمات تشرح ما كان يجب عمله.

وفضلا على الشعائر الدينية، فقد كان أحد أهم واجبات الكهنة المصريين هو تدوين بعض الأحداث كالحروب والقرارات الملكية وتاريخ كل عهد، وللقيام بهذه المهمة كانواْ يستعملون الكتابة المقدسة [الهيروغليفية] وكانت الحروف الهيروغليفية تخصص للكتابات الرسمية وهي تلك الكتابات التي تستعمل الصور التي نراها في المقابر الملكية أو منحوتة على الاحجار. وناذرا ماستعملت الأرقام في هذا النوع من الكتابة وذلك يعود إلى أن الحاجة إليها كانت محدودة في الكتابات الرسمية وعلى سبيل المثال، فعند تدوين تفاصيل أحد الفتوحات كانواْ يستعينون بأوصاف كلامية مثل جميع الجيوش الغازية أو أسرى لا يمكن إحصاء أعدادهم، وذلك لأن هذا الأسلوب كان يضفي على إنجازات الفرعون مزيدا من العظمة. ولما كانت الكتابة الهيروغليفية أعقد من اللازم للإستعمال في أغرض عادية، فقد دأب النساخ على استعمال نمط من الكتابة المتصلة وهي نوع من الكتابة المختزلة بالحبر بواسطة قصبة مستدقة الطرف على ورق البردي[21] ويطلق على هذه الكتابة كتابة الهيكل أو الكتابة الهيرية hieratic.

[21] ورق البردي : هو نوع قديم من الورق المصنوع من نبات البردي، أول استخدام لورق البردي كان في مصر القديمة وخصوصا في دلتا النيل، وانتقلت بعدها في العصور القديمة ، واستخدم في كل نواحي البحر المتوسط، وبعض مناطق أوروبا و جنوب غربي آسيا، وقد وصل إلينا من العصر اليوناني والروماني عدد كبير نسبيا من النصوص المكتوبة عليه.

ولسوء الحظ فإن كل ما نعرفه عن الرياضيات المصرية محفوظ على لفافتين من ورق البردي ومن رقع من الجلد المثلمة الأطراف، ومن أهم هذه المخلفات بردية رايند[22] rhind الرياضياتية الموجودة الآن بالمتحف البريطاني.





الكتابة الهيروغليفية

أمثلة

العدد	تمثيله في النظام المصري
2035	
21324	

[22] بردية رايند : بردية أحمس أو بردية رايند الرياضية Rhind Mathematical Papyrus هي بردية يرجع تاريخها إلى ما بين عام ألفين وألف وسبعمائة قبل الميلاد ؛ ولكن هذه البردية نفسها تشير إلى كتابات رياضية أقدم منها بخمسمائة عام. وهي تحسب سعة مخزن للغلال أو مساحة حقل وتضرب لهذا الحساب أمثلة ثم تنتقل من هذا إلى معادلات جبرية من الدرجة الأولى.

2 000 000	
211004	

3 الحضارة اليونانية

كان عند اليونان نظامان عدديان مختلفان وكان أقدمهما في تسجيل الحسابات العامة بطريقة النقش بدءا من القرن الخامس وحتى القرن الأول قبل الميلاد، وقد كان يُعرف إما بنظام الأعداد الهير ودية وإما بنظام الأعداد الأتيكية نسبة إلى أتيكا attica وهي منطقة تقع حول أثينا. كان الأساس 10 أساسَ هذين النظامين، كما كانا يستعملان الأحرف الأولى من الكلمات الدالة على الأعداد لتمييز بعضها عن بعض وكان عدد الإشارات المستعملة محدودا. هذا ولم يكن فيه وجود للصفر وكانت الأعداد تكتب بالنظام الروماني وذلك بتكرار الرقم عند الضرورة كما في المثال التالي:



وكان النظام العددي الثاني يعرف بالأيوني أو السكندري نسبة إلى المنطقتين اللتين استعمل فيهما. وقد ابتكر هذا النظام لإجراء الحسابات وحل محل الأعداد الأتيكية بحلول القرن الأول قبل الميلاد فقد كان مؤلفا من 24 حرفا من الأبجدية اليونانية ومن ثلاثة أحرف مهجورة أسند إلى كل منها قيمة محددة.

A α	Alpha	1	I ι	Iota	10	P ρ	Rô	100
B β	Bêta	2	K κ	Kappa	20	Σ σ	Sigma	200
Γ γ	Gamma	3	Λ λ	Lambda	30	T τ	Tau	300
Δ δ	Delta	4	M μ	Mu	40	Y υ	Upsilon	400
E ε	Epsilon	5	N ν	Nu	50	Φ φ	Phi	500
Ϝϛ	Digamma*	6	Ξ ξ	Ksi	60	X χ	Khi	600
Z ζ	Dzêta	7	O ο	Omikron	70	Ψ ψ	Psi	700
H η	Éta	8	Π π	Pi	80	Ω ω	Oméga	800
Θ ϑ	Thêta	9	ϘϞ	Koppa*	90	ϻϡ	San*	900

الارقام اليونانية

وباعتماد الرموز واستعمالها بطرق ملائمة غدا بالإمكان التعامل مع الكسور والأعداد الترتيبية ordinal numbers بيد أنه على الرغم من سهولة فهم النظام. فقد ظل غير صالح للاستعمالات اليومية بسبب تعقيده الشديد. فكان يحتوي على العديد من الإشارات كما كان ثمة عدد كبير من العلاقات بين الأحرف التي عدد 27. ومن المحتمل أن الحسابات تنفذ بحبات الخرز بوضعها على منضدة رملية وإما بإدخالها في أسلاك معداد، وقد ظلت الأعداد اليونانية تستعمل في أوروبا إلى أن حلت محلها الأرقام الرومانية في القرن العاشر.

4. الحضارة الرومانية

نشأت الحضارة الرومانية من مجتمع زراعي صغير بدأ في شبه الجزيرة الإيطالية في القرن التاسع قبل الميلاد ، إلى أن أصبحت حاضرة عظيمة بسطت سيطرتها حول معظم بلاد البحر الأبيض المتوسط. مكثت الدولة الرومانية قرابة ألف سنة، نحو خمسة قرون قبل ميلاد المسيح عليه السلام وخمسة بعد الميلاد. وقد سميت بهذا المسمى نسبة لعاصمتها روما ومنطلق حضارتها، توسعت روما في القرن السادس قبل الميلاد، فسيطرت على إيطاليا كلها ثم على المدن

الإغريقية ثم على شبه جزيرة البلقان، ثم آسيا الصغرى والشام ومصر ثم مدت سيطرتها على قرطاجة التونسية ،اشتهرت بتقليدها لمظاهر الحضارة الإغريقية فأقاموا المسارح والمدرجات والجسور والقناطر والمنازل وبرعوا في نحت التماثيل و الحساب . ولعل كذلك ما يبرز ما وصلت إليه هذه لحضارة من تطور و رقي، أرقامهم التي لازالت تستعمل لحد الآن وهي عبارة عن رموز خاصة للتعبير عن الأعداد الصحيحة الطبيعية وعددها سبعة يلخصها الجدول التالي :

الرمز	I	V	X	L	C	D	M
قيمته	1	5	10	50	100	500	1000

- تكتب الرموز جنبا إلى جنب ويحتفظ كل رمز بنفس قيمته أيا كان موقعه.
- لا يمكن كتابة اكثر من ثلاثة رموز متشابهة جنبا إلى جنب.
- إذا كتب رمزان مختلفان جنبا إلى جنب وكان أصغرهما مكتوبا إلى اليسار فانه يطرح من الأكبر، أما إذا كان أصغرهما مكتوبا إلى اليمين فانه يضاف إلى الأكبر.
- يضرب العدد في ألف إذا وضع فوقه خط.
- يضرب العدد في مليون إذا وضع فوقه خطان.
- يضرب العدد في مليار إذا وضع فوقه ثلاثة خطوط.

ومن الملاحظ أن نظام العد الروماني لم يكن يعرف الصفر كما أنه بالمقارنة مع نظام العد المصري فإنه متطور إلى حد ما حيث أنه مبني على قواعد خاصة به كما يتميز بنظامه الموقعي.

أمثلة

العدد	تمثيله في النظام الروماني	معناه
4	IV	5-1
30	XXX	10+10+10
65	LXV	50+10+5
300	CCC	100+100+100
3000	MMM	1000+1000+1000
50000	L	50X100

5 الحضارة الهندية

منذ الحضارة الهندية الأولى كان الاهتمام بالأعداد كثيرا جدا. فقد تبنواْ النظام العشري البسيط وكانت لديهم طرائق العد والوزن والقياس متقدمة لحد كبير مقارنة بمعاصريهم من المصريين والبابليين. شارك الغزاة المتعاقبون الآريون في القرن 16 ق.م ، الفرس في القرن 6 ق.م واليونان في القرن 4 ق.م بزعامة الإسكندر الأكبر جميعا في الإزهار الثقافي الهائل (الذي لم يكن أبداً في الرياضيات) ثم غني بالعلماء الصينين والعرب في وقت لاحق.

لعبت الديانة الهندوسية في المجتمع الهندي دورا حاسما في الحياة الفكرية آنذاك، وقد كانت أهم مساهمة للهندوس في المعرفة العالمية وخاصة في ميدان الرياضيات، النظام العشري الذي بنوه وأتموه بثلاثة اكتشافات هي:

1. استخدام رموز عددية خاصة وغير مرتبطة بأي تأثير خارجي مثل الحروف الهجائية أو صور أصابيع اليد أو القدم.
2. استخدام نظام منازل تتوقف فيه قيمة أي رقم على موضعه في رتبة الوحدات أو العشرات أو المئات...
3. استخدام رمز الصفر لبيان أن الموضع الذي يشغله لا يضيف شيئا إلى العدد.

كانت هذه الاكتشافات نتاج قرون من التفوق الهندوسي في الحساب والجبر وعلم المثلثات ما أتاح تعاملهم مع مفهوم اللا قياسية (بعض الأعداد لانهاية لها ولا يمكن حسابها بدقة تامة) على النقيض من اليونانيين أو الإغريق الذين يعتقدون أن الله خلق العالم من الأعداد الصحيحة. أما الهندوس الذين لا يعتقدون بمثل هذه الأفكار فلم يكن لديهم سبب لهذا الذعر، فقد كانوا يعتقدون بوجود أربع أنواع من اللانهائيات فهناك اللانهاية الموجبة وهي اللانهاية في اتجاه العدد 1، اللانهاية السالبة ويمكن الوصول إليها بالعد المقابل وهناك اللانهاية بدلالة المساحة، ولانهاية الزمن.

لذا فقد تعاملوا بشيء من الدعاية المقصودة مع الأعداد الكبيرة واستخدموا موضوع الرياضيات للتسلية كما كانواْ يكتبون مسائلهم الرياضية شعرا مستخدمين في ذلك كلمات جذابة لتشجيع الطلاب. ما خلق تلك الصلة الغرامية بالأعداد والمختلفة من ذلك الرعب أو تلك المهابة لدى الشعوب الأخرى كشعور اليونانيين ان الأعداد جزء من سر مقدس لكن المشكل الأساسي دائما يبقى في تقييم الإسهام الهندي في العدد من عدم وجود مستمر للعلماء المهتمين بدراسة تطور هذا الإسهام وتاريخه. فكما أهلك الإسبان في الأمريكيتين القسم الأعظم من الحضارة العالمية للمايا والإنكا والأزتيك. فعل البريطانيون الشيء نفسه في أواخر القرن 17 عندما

لحقواْ بشبه الجزيرة الهندية محطمين بذلك إنجازات المفكرين الهنود ومتجاهلين ومتخاذلين في حفظ ودراسة تراكم المواد الفكرية في الجامعة الهندية.

6 الحضارة العربية

أظهر الجرد التاريخي لتطور العد في الحضارات القديمة أن الحساب عند قدماء المصريين والبابليين لم يكن له منهج واضح المعالم يمكن أن يتصف بأنه منهج منطقي وكانت طرقهم في اكتشاف العدد و تمثيله حدسية، ولقد أحدثت كل مرحلة من مراحل العد شعورا بعدم الكمال .

وكانت كل مرحلة من المراحل الثلاث (البابلية، الفرعونية، الرومانية) ضرورية وما كان من الممكن تلافيها و لقد شهدت أيضا كل مرحلة من هذه المراحل تطورا في فكرة العدد حاول فيها الرياضيون المحافظة على القواعد المستعملة وتقبل ما هو جديد لكي يتغلبواْ على المشاكل التي واجهتهم في تناول الأعداد ،وانتظرت الإنسانية طويلا حتى أتى العرب فوضعواْ للعد منهاجا كاملا .

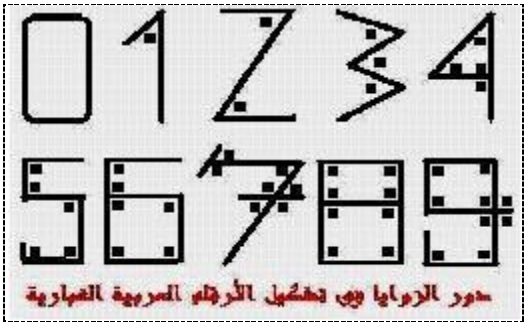
لقد اتضح للعرب من خلال تعاملهم مع نظمات العد المجاورة، أن أي نظام عدٍّ لن يكون فعالا إلا إذا تحققت فيه مجموعة من الشروط وهي كالتالي :

- يمكن النظام من كتابة أي عدد كتابة واضحة تحافظ على معنى العدد في مختلف أشكال التعبير عنه شفهيا و كتابيا. ومن أجل ذلك ينبغي ألا تكون الرموز المستعملة كثيرة بحيث يصعب حفظها أو تذكرها .كما ينبغي ألا تكون كتابة الأعداد طويلة بحيث يشكل ذلك عائقا في قراءتها .
- يمكن النظام من مقارنة الأعداد مباشرة انطلاقا من شكلها .

- يمكن النظام من إجراء العمليات الأربع الحسابية بشكل سريع طبقا لقواعد العد المعمول بها .
- وقد استطاع العرب بناء نظام للعد تتوفر فيه الشروط السابقة وهو نظام عشري استعملواْ فيه عشرة رموز وطوروا كتابة الأعداد الصحيحة الطبيعية وتأكد أن هذه النظمة الأنسب في تمثيل العداد (العد الكتابي) و تسميتها و قراءتها (العد الشفاهي) وإجراء العمليات الحسابية .

معلوم أن العرب هم الذين طوروا الصفر، وهذا بحد ذاته فتح الآفاق الواسعة أمام علم الأرقام والعدد والرياضيات، كما وأن الأرقام العربية المستخدمة الآن هي بالأصل أرقام هندية، بينما الأرقام الإنجليزية المستخدمة دوليا هي أصلا الأرقام العربية التي اكتشفها المسلمون بناء على طريقة الزوايا، إذ يمثل كل رقم رسما توضيحيا يعتمد على زوايا تقابل ذلك الرقم، فالعدد (1) يمثل زاوية واحدة، والعدد (2) يمثل زاويتين ورسمه الأصلي يشبه الحرف Z إلا أنه حرّف إلى شكله الحالي، والعدد (3) كذلك ... إلى أن نصل إلى العدد تسعة وهو مكون من تسع زوايا كما هو مبين بالشكل أدناه لمواقع الزوايا لكل رقم غباري[23] عربي، ولم يُستعمل نظام الزوايا بالنسبة للصفر بل استعملت الدائرة لأنها ليست رقما أو عددا وإنما هي مكونة من لا شيء، والقصد من استعمالها هو للدلالة على موقع الفراغ بالنسبة للأرقام ووضعها في الخانات الصحيحة، لتفرق بين الخانة الأحادية والعشرية والمئوية. .. إلخ .

[23] رقم غباري : سميت الأرقام الغبارية بهذا الاسم لأنها كانت تكتب في القديم على طاولة أو على لوحة يكسوها الغبار



وقد دخل العديد من التعديل والتحوير على الزوايا المختلفة للأرقام المكونة من مربعات، حيث حلّت مكان الزوايا الاستدارة والدائرة فأصبحت أكثر سهولة في الكتابة والتركيب والشكل والمظهر .

IV. نظرية جان بياجيه (1896-1980) [24]

ترى نظرية جان بياجيه في النمو المعرفي أن النمو عملية ارتقائية موصولة بالتغيرات التي تكشف عن إمكانات الطفل، وبأن التفكير ينمو لدى الطفل تدريجيا، لذلك ما نراه سهلا لدى الراشد يكون صعبا لدى الطفل كونه يحتاج إلى مقدمات وحقائق أولية وخبرات تعليمية مختلفة تساعده على الإدراك، شرط أن يكون جاهزا لتعلم المفهوم الجديد. لذلك طور بياجيه نموذجا يبين فيه كيف يتطور فهم الفرد لما حوله عبر مراحل حددها في أربع مراحل:

[24] مقرر طرق تدريس الرياضيات، نهج 421 ، جامعة الملك سعود كلية المعلمين، قسم المناهج.

المرحلة	امتدادها	خصائصها
1. مرحلة التفكير الحس – حركي Sensory Motor : Stage	من الميلاد حتى سن الثانية تقريبا	- لا يستطيع الطفل التمييز بين أعضاء جسمه والعالم الخارجي المحيط به. - يصبح تدريجيا على وعي بأفعاله ونتائجها. يتابع الأشياء بصريا ويجسد كذلك بعض المظاهر البسيطة للنمو الحركي والإدراك الحسي مثل الرؤية، السمع، اللمس، الشم و التذوق ، وفق مخططات ذهنية غير مترابطة. - في حوالي الشهر الثامن يبدأ الطفل في تمييز العالم الخارجي كشيء له وجود منفصل عن ذاته. - في حوالي الثمانية عشر شهرا تقريبا تبدأ بوادر اللعب الرمزي بالظهور فتجد الطفل يلعب بأدواته كرموز فينظر إلى العصا على أنها سيف والدمية على أنها أخته أو زميلته وهكذا ، ويسعى لجعل الحوادث المثيرة تستمر لفترة اطول.

2. مرحلة ما قبل العمليات (التفكير الرمزي) Preoperat -ional : Stage	من سن عامين حتى السابعة (2-7)	- تنمو القدرات العقلية للطفل على تمثيل الواقع وتكوين صور ذهنية عن الواقع الخارجي وربط المخططات الذهنية المنفصلة. - يتعلم الطفل أن يستخدم اللغة والرموز، وتزداد درجة تفاعله الاجتماعي مع أنه لا يستطيع تصور وجهة نظر الآخرين. وتنقسم مرحلة ما قبل الإجرائية إلى مرحلتين فرعيتين هما : ❖ مرحلة ما قبل المفاهيم preconceptual stage -تبدأ من سن(2-4) سنوات، و يبدأ الطفل في هذه المرحلة في معرفة الأشياء والأحجام والألوان والمستويات، ويتوضح لديه التمركز حول الذات égocentrisme ، هذا وتزداد لديه القدرة على ا التفاعل الرمزي symbolique interaction مع البيئة ويزداد اللعب التخيلي imaginative Play . ❖ مرحلة التفكير البديهي (الحدسي) intuitive stage -تبدأ من سن (4-7) سنوات. تكون فيها عمليات التفكير محكومة بمظهر مرحلة ما قبل المفاهيم والتمركز حول الذات . وتظهر خلالها عدم قدرة الطفل على فهم ثبات الاحتفاظ ، فمثلا إذا وضعنا كميتين متساويتين من الماء في كوبين متساويين في الطول (أ ، ب) ثم قمنا بصب كمية الماء الموجودة في أحد الكوبين في كوب طويل (ت) عن الكوبين السابقين. فنجد أن بعض الأطفال يدركون أن صب الماء في أكواب مختلفة الأشكال لا يغير من كميته ومقداره، ونجد أطفالا آخرين لا يدركون ذلك، وهنا يكمن سر الاحتفاظ .

3. مرحلة العمليات العيانية (المحسوسة) Concert Operational Stage	تمتد من (7-12) سنوات.	-اصطلح عليها: العمليات المحسوسة (العينية) لأنها تشمل العمليات العقلية التي يستطيع الطفل أن يقوم بها تجاه الأشياء المحسوسة التي تقع تحت ملاحظته، وهي عمليات منطقية بسيطة لا ترقى إلى التجريد، ومحصورة في حدود الخبرة الحسية للطفل. - يتخلص الطفل تدريجيا من التمركز حول الذات، ويتغير أسلوب لعبه وقدراته (الاحتفاظ مثلا) بفضل عملياته العقلية ومن خلال ممارساته لعنصري التكيف وهما المماثلة assimilation والملائمة accommodation للتكيف مع الحقائق الواقعية.
4. مرحلة العمليات الشكلية (التفكير المجرد) Formel OPE rational Stage	تمتد من (12 سنة فما فوق)	- تسمى كذلك مرحلة العمليات المجردة . - المراهق يحلم بحياة سعيدة مستقلة ويدرك معنى الحياة والموت ويدرك معنى الخالق (الله) ويدرك معنى وجوده.... - يستطيع المراهق التعامل مع عمليات التفكير المجرد ويستطيع أن يكتشف المبادئ أو القواعد العامة من خلال عدد من الوقائع والأحداث النوعية و العمليات الشكلية (التجريدية). - في البداية يعتمد المراهق على التفكير (الاستدلال) الاستنباطي deductive reasoning في حل المشكلات، لتزداد تدريجيا قدرته على استخدام التفكير (الاستدلال) الإستقرائي inductive reasoning أي قدرته على استنتاج العام من الخاص والعلة من المعلول.

نظرية بياجيه[25]

خصائص مراحل النمو المعرفي (لبياجيه)

- **لا يستطيع الفرد أن ينتقل من مرحلة لأخرى ما لم يمر بالمرحلة السابقة لها.**
- **يتوقف التطور المعرفي في كل مرحلة على المضمون المنطقي له في هذه المرحلة.**
- **يحدث التطور المعرفي من مرحلة لأخرى عبر التفاعل والخبرة.**
- **يختلف أداء الأفراد من فئة العمر نفسها في المهمة الواحدة.**

وإن افترضنا أن القدرات الفطرية لدى الإنسان قليلة وأن العوامل الوراثية لا تؤثر كثيرا، فإن من الجدير بالذكر أن وصول الطفل إلى المراحل المتقدمة من النمو المعرفي يعتمد اعتمادا كبيرا على الفرص التربوية Educationnal opportunities المتاحة والخلفية الثقافية والمثيرات التي يتعرض لها .

الهدف من النظرية:

ليس من السهل أبدا اختيار واستخدام أفضل الوسائل التربوية التي يمكن التعامل بها مع الأطفال، دون فهم المرحلة العمرية التي يكون الطفل فيها ومعرفة المعلومات التربوية التي تناسبها، فمثلا لا يمكن لنا أن نعلم الأطفال في عمر (من 3-10 سنوات) المفاهيم المجردة مثل الصدق أو الأمانة أو الحرية وغيرها من المفاهيم المجردة إلا من خلال استخدام أساليب تربوية تحاكي عمر الطفل وخصائصه، كاستخدام القصص أو الحكايات المصورة. بتطبيق مبادئ هذه النظرية، فإن جل اهتمام المربين ينصب حول أمرين مهمين : عمر الطفل وطبيعة المادة التربوية التي يريدون نقلها له. فحينما يتحقق التوفيق بين هذين الأمرين، يكون الهدف التربوي واضحا وقابلا للتطبيق، بما يعطي نتيجة تربوية ملموسة، مواكبة لطبيعة العصر والمرحلة الحضارية والعلمية . وهذا التوافق التربوي في حد ذاته هو أنبل غاية للتربويين على مدى العصور.

[25] أ. يحيى بن عبد الله الرافعي ، ماجستير علم النفس التربوي، برنامج الدكتوراه في علم النفس التربوي، جامعة ام القرى.

تقويم نظرية بياجيه:	1. **صعوبة تصوُّر العلاقة بين (البنية المعرفية)، والسلوك والأداء، حيث يركز بياجيه على القدرات المعرفية كالفَهْم والتمييز والمحاكاة مفترضا أنها تتحول بشكل آلي إلى أداء وسلوك دون التركيز على الجانب الأدائي.** 2. **إهمال أثر الدافعية (التعزيز والعقاب) في التعلُّم، وحصر الدوافع في الذاتيَّةً والداخلية.** 3. **صعوبة تنبوّ المعلم باستراتيجيات المتعلِّم التفكيريَّة نظرا للتركيز على أنماط استجابات المتعلِّم وسلوكه.** 4. **اتَّهم بيتر براينت ومجموعة من النقَّاد بياجيه بعدم تقدير تفكير الأطفال تقديرًا كافيًا، حيث قدَّم براينت أدلة توحي بأنَّ الأطفال (دون سن السابعة) يمكن أن يقوموا بالاستنباط، ووجد أن الأطفال في سِن الخامسة يمكن أن يُدلَّلوا عن طريق استبعاد العناصر التي تُشكِّل عبئا على الذاكرة.** 5. **تحدَّى تشارلز بيرنارد بياجيه حول المبالغة في تفسير التفكير عندَ الأطفال، وفي رأيه ليس هناك حاجةٌ لا فتراض قيام مراحلِ التطوير؛ لأن مفهوم المراحل ذاته هو مفهومٌ تافه.** 6. **شكا الكثير من الباحثين من أن الطريقة التي يتبعها بياجيه في تحديد المعرفة التطويرية ليست طريقة دقيقة بدرجة كافية، لأنها كانت فرديةً وتعتمد على الملاحظة، و لأنها قائمة على الانطباع الذاتي أكثر من أي شيء آخر.**

1 بياجيه ومفهوم العدد

بما أن القدرات العقلية للطفل تمر بمراحل متدرجة، فإنها تكون أحيانا محبطة للطفل في إدراك بعض المفاهيم الرياضية الهامة مثل مفهوم العدد، و خاصة في مرحلة ما قبل العدد التي حددها بياجيه[26] و وصفها كل من برونر و جانييه و أوزبل ، بمعنى أن الطفل قد لا يكون قادرا على العد- في إدراك تام- للعدد الذي ينطق به ، إذ أن الطفل في هذه المرحلة قد لا يعي أو يدرك القيمة الفئوية لتلك الأعداد.

و هذا يعني أن تدريس الأعداد لا يعتمد على مفهوم العد أو النطق بالعدد فحسب ، بل يعتمد أيضاً على مفاهيم أخرى كالتسلسل و التصنيف و الإحتواء و التناظر الأحادي ، حيث أن الأعداد لا تتصف بالحجم أو الشكل أو اللون ، وما لم يتكون عنده الأساس لعملية العد ، فإنه سيستمر في العد بدون فهم ، وهذا ما يطلق عليه العد الببغاوي.

وتتلخص أعمال بياجيه عن مفهوم العدد في ثلاث مفاهيم أساسية[27] :

1.1 التصنيف

وهو القدرة على تجميع الأشياء التي لها نفس الخصائص ، وأولى المهارات التي يكتسبها الطفل، و فيها يتم تصنيف الأشياء بناء على اشتراكهم في خصائص معينة. و تتسم المجموعات التي يكونها الأطفال عادة بطابعها الهش، إذ تخضع للملابسات المكانية و الزمانية للأشياء من جهة ، كما تخضع لرغبات الطفل من

[26] إعداد أيت يحيى نجية ، مذكرة لنيل شهادة الماجيستر في الأرطوفونيا، ، من إشراف د. نصيرة زلال، قسم علم النفس و علوم التربية كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية جامعة الجزائر. ص 21

[27] أيت يحيى نجية ، نفس المصدر.

CHALON-BLANC A, Inventer, compter et classer « de Piaget aux débats actuels »A. Colin, Paris2005, p 69.

جهة أخرى . ويستطيع الطفل من الثالثة إلى الخامسة من عمره إقامة أشكال أولية من التصنيفات عندما تقدم له أدوات و لعب تتفاوت درجة تجانسها، و فيما بين الرابعة و السادسة ينمي الطفل قدرته على التصنيف تبعاً لمعايير موضوعية عن طريق الممارسة و التجريب أثناء اللعب التلقائي أو النشاط الموجه، و بعد ذلك تظهر مرونة متدرجة في ممارسة التصنيف بدرجة تسمح للطفل بمراجعة تنظيمه السابق لإدخال عناصر جديدة عليه تبعاً للتعليمات، مثل قائمة ناقصة من الأشياء يقوم الطفل بإكمالها.

1.2 الترتيب المتسلسل

وهو القدرة على ترتيب الأشياء بناء على الحجم، الملمس، الطعم، اللون، الطول أو الصوت في نطاق تصاعدي أو تنازلي، و هذه المهارة تتضمن ترتيب الأشياء بناء على خاصية معينة، ثم وضعها في مجموعة من الأول للأخير. وتنمو هذه القدرة تدريجيا وموازاة مع نمو القدرة على التصنيف. و قد ارتكزت تجارب بياجيه على الأطفال على إقامة مجموعة من التسلسلات حيث كان يعطي الأطفال مجموعة من الأشياء متفاوتة الطول و يطلب منهم ترتيبها تصاعديا أو تنازلياً تبعا لمعيار الطول، و كشفت النتائج عن قدرة الأطفال على القيام تلقائياً بالتسلسل البسيط والمتعدد .

1.3 التناظر الأحادي

وهو القدرة على مواءمة شيئين كل منهما بالآخر لأنهما ينتميان إلى نفس الفئة، فالأطفال بحاجة إلى مقارنة الشيء بنظيره ليقرروا ما إذا كانت تنتمي إلى بعضها.

وكنموذج للتجارب[28] التي أجراها بياجيه، أعطى الطفل عشر بيضات و ستة أكواب ثم سأله أيها أكثر عدداً ؟ لم يستطع الأطفال الإجابة، فطلب من أحدهم أن يضع بيضة في كل كوب، ثم سأله أيها أكثر عدداً ؟ حينها ادرك الطفل أن عدد البيض كان أكثر من عدد الأكواب عن طريق إقامة تناظر أحادي (واحد لواحد) بين الأكواب و البيض. و من المواقف التي يمكن أن تساعد الطفل على تكوين مفهوم التناظر الأحادي أن يقوم الطفل بإيجاد تناظر أحادي بين: نوع الحيوان و الغطاء الذي يغطي جسمه، الكائن و أولاده، العامل و أدواته.

1.4 التكافؤ

ثبات التكافؤ يتضمن المقارنة بين فئتين في كل منهما نفس العدد من العناصر، ثم نقوم بتغيير تنظيم هذه العناصر، ثم التأكد ما إذا كان الطفل يدرك أن العدد هو نفسه في الفئتين أم لا. و يتأثر طفل ما قبل السابعة بالصورة المكانية للأشياء، وخاصة عندما نحاول أن نزيد الحيز أو الفراغ بين عناصر مجموعة ما، و محاولة مقارنة تلك العناصر بعناصر المجموعة نفسها قبل زيادة الفراغ بين العناصر. لذلك فمن المنطقي القول أنّ أنْسب عمْر **29** يستطيع فيه الطفل - طِبْقا لتجارب بياجيه - دراسة الأعداد هو سن السابعة، و خلافا لذلك يتعلم الأعداد غيبياً أو حفظاً، لذلك ينبغي على الطفل أن يعي مفهوم ثبات عدد عناصر مجموعة ما في حالات مختلفة حتى يتمكن من تعلم الأعداد عن فهم و جدارة . وبالتالي فإن ثباث مفهوم العدد بالنسبة لبياجيه، يتضمن أن تنمو لدى الطفل، بصورة متأنية، أفكار الإحتفاظ أوينمو لديه فهم أن خصائص الأشياء تظل ثابتة على الرغم من التغيرات الإدراكية، وكذلك التسلسل والتصنيف والقدرة على

[28] إعداد أيت يحيى نجية، مذكرة لنيل شهادة الماجستير في الأرطوفونيا، ، من إشراف د. نصيرة زلال، قسم علم النفس و علوم التربية كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية جامعة الجزائر...محمد ع الكريم أبو سل، مناهج الرياضيات الجامعة المفتوحة بطرابلس ص 67.

[29] أيت يحيى نجية نفس المصدر.

MASSOUILLE F, CHOQUART C, l'acquisition du nombre, dossier de l'ORTHOPHONNISTE, PARIS, Octobre 1992 n 120 p 4.

اتحاد هذه العمليات للتعبيرعن العلاقات، وكلها أجزاء مما أسماه بياجيه (العمليات المنطقية الرياضية). لذا قرّر بياجيه أن مفهوم العدد سيصاحب نمو الفهم العام للإحتفاظ، وبالنسبة له فإنه أساس كل العمليات المنطقية، كما أنه أساس معظم أنواع الفهم والتصنيف والتسلسل. وقد أجرى تجارب كثيرة في هذا النسق لاحظ من خلالها أن الأطفال يمرّون بثلاث مراحل في فهمهم لأي جانب من مبدأ المحافظة أو الثبات. في البداية لا يدركون المفهوم ثم يمرّون بمرحلة انتقالية يستطيعون فيها فهم المبدأ في بعض المواقف دون أخرى، وأخيرا يدركون الفكرة على نحو تام بحيث يستطيعون التوصل إلى الإجابة الصحيحة في جميع المواقف التي تتضمن نوعا معينا من المحافظة والثبات. واعتمد في الانتقال من مرحلة إلى أخرى على ثلاثة حجج قدمها الأطفال:

الحجة الأولى : مبنية على فكرة التعاكس البسيط أي أن في الحرف "ب" كمية من المادة أو الوزن أو الحجم منها في الحرف "أ".

الحجة الثانية : فإنها تستند على نوع ذكي من التعاكس ويمكن تسميته التعاكس من خلال التبادلية كمفهوم مستقل عن التعاكس البسيط أو التعاكس عن طريق التحويل وهو مبني على التعويض.

الحجة الثالثة : فتبدو أقل دقّة ومبنية على أساس الهوية، فالكمّية أو الحجم لم تتغير لأنها نفس المادة أو لأننا حولناها إلى أسطوانة، والهوية تعدّ حجّة من حجج التحويل.

2 نقد نظرية بياجيه في الاحتفاظ

انتقد العديد من الباحثين تصور بياجيه للإحتفاظ، وربطوا فشل الطفل بفشله في المهام التي تختبر لديهم فهم الإحتفاظ لأنها تستدعي مهارات معرفيّة قد تكون في حد ذاتها تشكل صعوبات لدى الطفل. و من الخطأ القول بأن إدراك الطفل الصغير لهذا العالم هو نفس إدراك الراشد له.

V. خاتمة

إنه لمن الواضح أن الصدفة لم تكن وراء ظهور مفهوم العدد، بل الحاجة إلى ذلك هي التي دفعت الإنسان إلى التأسيس لهذا المفهوم تدريجيا وتطوير أساليبه ونظامه بما يضمن الممارسة السهلة السليمة.

في هذا البحث حاولنا أن نجيب عن مجموعة من التساؤلات حول ماضي العدد وسيكولوجيته. وقد توفقنا في إظهار أهميته من خلال ربطه بالحياة اليومية، وإن كان ربما من الأحسن لو درسنا أمثلة معينة وليس الإقتصار فقط على الحديث بصفة عامة وسطحية. أما فيما يخص سيكولوجيا العدد فقد قارنا غريزة العد عند الإنسان مع غريزة العد عند الحيوان، وأبرزنا الطريقة التي يتعامل كل منهما مع هذا المفهوم، ثم ربطنا ذلك بنظرية النمو لبياجيه لنستطيع فهم سيرورة العدد وكيفية تثبيثه والصعوبات التي تقف دون بناء سليم لمفهوم العدد.

لم نستطع الوصول إلى عمق طبيعة العدد التجريدية لأن ذلك يتطلب بحثا ميدانيا يشمل عينة من الأطفال. حاولنا ذلك من خلال سرد تاريخ العدد ومراحل تطوره عبر الحضارات القديمة ، والوقوف على مجمل الصعوبات ولكننا لم نمنح الوقت الكافي للوقوف على تلك الفترة الحاسمة التي أسس فيها لمفهوم العدد، ليصبح له بذلك منهاج ونظام قائمين بحد ذاتهما وفعالين.

أما المتأمل في حضارتنا اليوم، فسيلحظ بأنه لم يعد من الممكن الحديث عن العدد بالأسلوب القديم بفضل طبيعة التغير العلمي و نتيجة لسيطرة الحاسوب على معظم الوظائف الفكرية والعلمية، إذ أن للعدد مكانة كبيرة في كل الميادين خاصة الأعداد الأولية في مجال تشفير المعلومات ومجال الأمن المعلوماتي، فأصبحت المسألة مسألة سباق نحو إيجاد أطول الأرقام والتي تتواجد بالملايين وتحتاج إلى جيش من الرياضيين والأجهزة الحسابية لاصطيادها. يشاركنا آدم سبينسر(كوميدي وعالم رياضيات) شغفه بهذه الأرقام الغريبة، وغموض سحر الأرقام ويتساءل :

ما الذي يمنع من حب الأعداد الأولية المخيفة ؟ أنقر هنا[30]

[30] ted.com/talks/adam_spencer_why_i_fell_in_love_with_monster_prime_numbers?language=ar. 2014-07-01

المراجع

- جون ماكليش ترجمة د. خضر الأحمد و د. موفق دعبول و مراجعة د. عطية عاشور. مجلة عالم المعرفة العدد رقم 251 : العدد من الحضارات القديمة حتى عصر الكومبيوتر،
- ted.com/talks/adam_spencer_why_i_fell_in_love_with_monster_prime_numbers?language=ar 2014-07-01
- إعداد أيت يحيى نجية، مذكرة لنيل شهادة الماجستير في الأرطوفونيا، ، من إشراف د. نصيرة زلال، قسم علم النفس و علوم التربية كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية جامعة الجزائر...محمد ع الكريم أبو سل، مناهج الرياضيات الجامعة المفتوحة بطرابلس ص 67.
- MASSOUILLE F, CHOQUART C, l'acquisition du nombre, dossier de l'ORTHOPHONNISTE, PARIS, Octobre 1992 n 120 p 4.
- ابن منظور، لسان العرب ، دار المعارف ، 1119 كورنيش النيل القاهرة.
- The Natural History of Selborne (1986)..Gilbert White
- http://ar.wikipedia.org/wiki/%D8%AD%D8%B4%D8%B1%D8%A9#.D8.A7.D9.84.D8.AF.D8.A8.D8.A7.D8.A8.D9.8A.D8.B1.D8.8C_.D8.A7.D9.84.D8.B2.D9.86.D8.A7.D8.A8.D9.8A.D8.B1.D8.8C_.D8.A7.D9.84.D9.86.D8.AD.D9.84.D8.8C_.D9.88.D8.A7.D9.84.D9.86.D9.85.D9.84. 2014-07-01
- Möller ،R. A Biorobotics Approach to the Study of Insect Visual Homing Strategies (2002) (باللغة German). صفحة 11.
- GEORGES IFRAH Histoire universelle des chiffres , Tome 1 page 2.
- http://www.kabbos.com/index.php?darck=18 2014-07-01 بقلم : إياد العطار.
- البروفيسور كارل فون فريش، كتاب النحل والنحالة ، ترجمة وتحقيق حسين عمران، الطبعة 1 مجلد 1 (2001).
- سورة يونس الآية 5
- ينقوماخوس الجراسيني (تلميذ فيتاغورس). كتاب الأرثماطيقي في علم العدد (وقد ترجمه ثابت بن قرة بعنوان: المدخل إلى علم العدد، المطبعة الكاثوليكية (1959) .
- http://www.startimes.com/ 2014-07-01 أفلاطون وتاريخ الرياضيات، أرشيف: التاريخ العالمي والإسلامي.
- مقرر طرق تدريس الرياضيات، نهج 421 ، جامعة الملك سعود كلية المعلمين، قسم المناهج.
- أ. يحيى بن عبد الله الرافعي ، ماجستير علم النفس التربوي، برنامج الدكتوراه في علم النفس التربوي، جامعة ام القرى.
- أيت يحيى نجية ، مذكرة لنيل شهادة الماجيستر في الأرطوفونيا، ، من إشراف د. نصيرة زلال، قسم علم النفس و علوم التربية كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية جامعة الجزائر. ص 21

CHALON-BLANC A, Inventer, compter et classer « de Piaget aux débats actuels »A. Colin, Paris2005, p 69